

## La modélisation financière

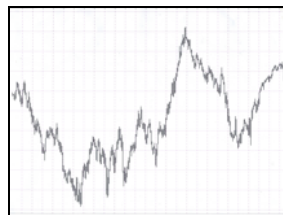
**Gilles Pagès**  
**Professeur à l'Univ. Pierre et Marie Curie**

**Prévoir l'évolution d'un marché, évaluer un risque financier... la modélisation financière nécessite, de par l'importance et la complexité des phénomènes en jeu, l'élaboration d'outils mathématiques variés et extrêmement pointus.**

L'importance des marchés financiers n'a cessé de croître depuis maintenant plus de trente ans. Ce phénomène est étroitement lié à la déréglementation de l'économie amorcée depuis le début des années 70, via notamment l'apparition des taux de change flottants. Cette expansion n'aurait pu avoir lieu sans le développement en parallèle d'une industrie du « risque financier » : de nombreux contrats d'assurance viennent au secours des industriels, Etats, investisseurs, pour protéger leur activité ou leurs investissements contre des mouvements contraires du marché. Le plus classique est l'option d'achat, qui permet d'acheter ou de vendre à une date donnée à un cours garanti. C'est le « calcul stochastique » qui est à la base de l'essor de cette industrie. En 1973, Black, Scholes et Merton énoncent un principe fort : pour couvrir un risque dans le futur (un an), il suffit de couvrir au jour le jour un risque « infinitésimal » et il est possible, grâce au calcul d'Itô, de calculer effectivement comment le faire dans le monde réel.

La théorie de l'évaluation et de la couverture par arbitrage était née. Elle a permis l'explosion de l'industrie du risque financier, qui concerne tous les sous-jacents risqués : actions, taux d'intérêt, change, produits hybrides, matières premières et, depuis quelques temps, l'énergie.

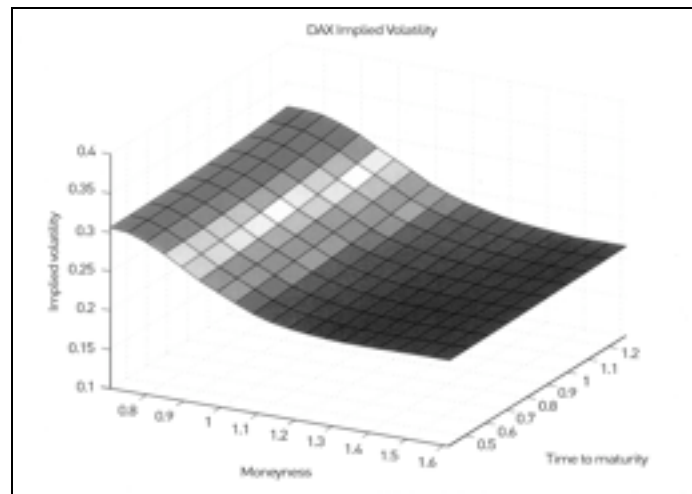
De nouvelles activités sont apparues, comme les instruments (CDS, CDO) de transfert de risque de crédit (hypothécaires, consommation, etc.). Par ailleurs, pour ce qui relève des activités de marché, les autorités de tutelle ont mis en place des indicateurs de risque de plus en plus précis (recommandations Bâle II), incluant pour la première fois des modèles probabilistes de référence (SABR). Plus généralement, parallèlement aux innovations de l'industrie financière, le développement de la gestion des risques de marché par les acteurs est une tendance lourde observée durant la dernière décennie. L'émergence des *hedge funds* et des méthodes de gestion alternative a elle aussi donné naissance à de nouvelles problématiques, à plus forte connotation économétrique.



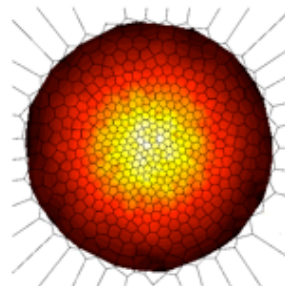
**Figure 1 : Mouvement brownien géométrique ou taux de change \$/¥ ?  
Que croire? Comment savoir ?...**

## Un vaste champ d'application pour les mathématiques

Sur un plan mathématique, le point de convergence de l'ensemble de ces activités, installées ou émergentes, c'est leur haute technicité. Tant en ce qui concerne la modélisation, le plus souvent de type aléatoire *via* le recours aux processus et au calcul stochastiques, que le développement de méthodes numériques souples, efficaces et adaptées aux problématiques – urgentes – issues du marché (simulation Monte Carlo de scénarios, résolution par équations aux dérivées partielles, calibration, calculs de risque, gestion de portefeuille...). Il s'agit là d'un vaste champ d'inspiration et d'investigation pour les mathématiciens qui, à partir d'un socle probabiliste, fait appel à toutes les branches des mathématiques appliquées. Il s'agit aussi, et depuis plusieurs années, d'un débouché majeur pour nos étudiants. Les universités parties prenantes de cette fondation ont d'ailleurs créé plusieurs DEA/Masters de réputation internationale en ce domaine.



**Figure 2 :** Nappe de volatilité implicite « calibrée » à partir de prix d'options sur l'indice DAX.



**Figure 3 :** Quantification optimale pondérée d'une loi normale bivariable : une méthode numérique développée pour la valorisation d'options américaines ou de contrats « swing » d'approvisionnement en gaz.